Домашнее задание 3. Оценки.

Шубин Никита СКБ172

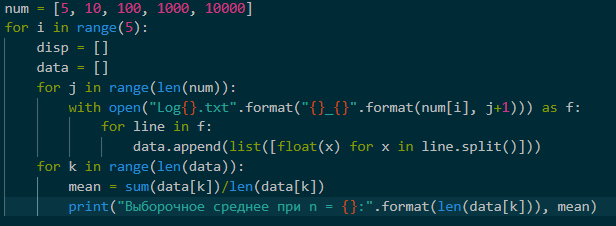
1. Нахождение выборочного среднего и выборочной дисперсии.

Выборочное среднее - это приближение теоретического среднего распределения, основанное на выборке из него, и рассчитывается по следующей формуле:

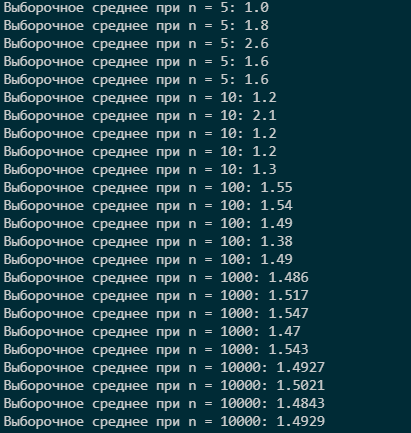
Выборочная дисперсия -  это оценка теоретической дисперсии распределения, имеющая вид:

1.1 Логарифмическое распределение.

Выборочное среднее геометрического распределения можно найти следующим образом:

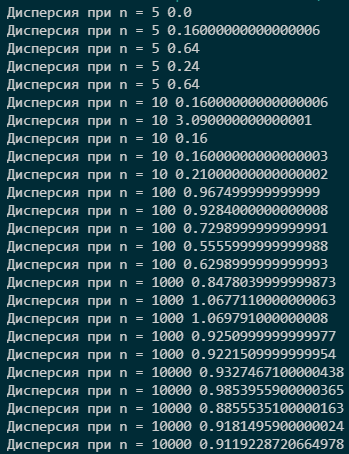


Результат выполнения программы:



Код для нахождения выборочной дисперсии:  


Результат выполнения программы:



Свойства выборочного среднего и выборочной дисперсии.

1. Выборочное среднее является несмещенной оценкой .

Проверим это, найдя математическое ожидание выборочного среднего.

2. Выборочное среднее при , стремится к математическому ожиданию случайной величины. Проверим, так ли это:

Уже при выборке в 1000, выборочное среднее стремится к математическому ожиданию.

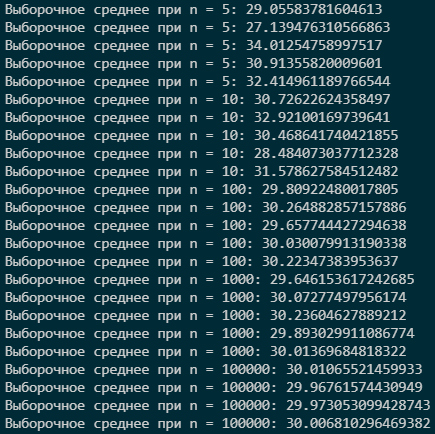
3. При выборочная дисперсия сходится к дисперсии случайной величины.

Так, уже на выборке из 100000 можно заметить стремление выборочной дисперсии к дисперсии случайной величины.

1.2 Распределение Эрланга.

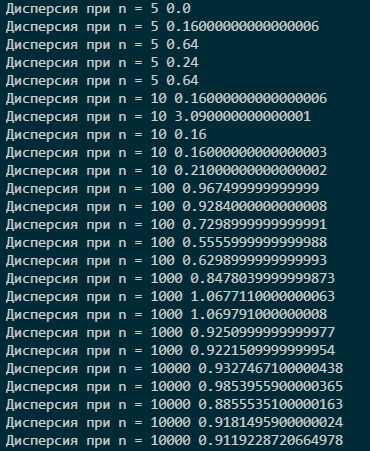
Код для выборочного среднего такой же.

Результат выполнения для параметров 24, 0.8:



Код для нахождения выборочной дисперсии такой же.

Результат выполнения:



2. Нахождение параметров распределений событий.

2.1 Логарифмическое распределение.

Оценку параметра p найдем с помощью метода наибольшего правдоподобия.

Для начала составим функцию правдоподобия:

Тогда:

Условие экстремума:

Преобразуем:

(Для геометрического)

Таким образом, в качестве оценки получаем:

Данная оценка является состоятельной, так как есть непрерывная функция.

Проверим оценку на смещение.

Оценка параметра называется несмещенной, если ее математическое ожидание равно истинному значению оцениваемого параметра.

Так как мат. ожидание оценки не совпало с параметром, оценка является смещенной, следовательно, эта оценка не является эффективной.

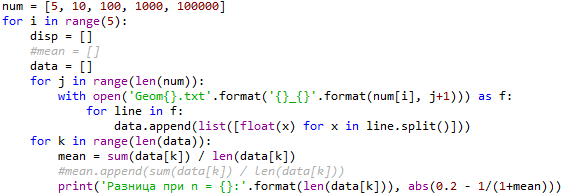
Докажем, что эта оценка достаточна.

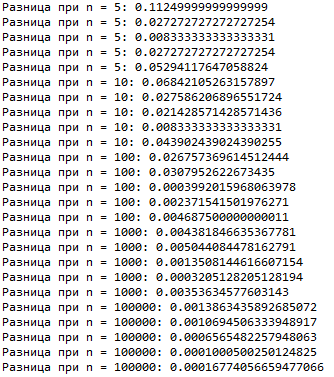
Воспользуемся критерием факторизации:

Статистика T достаточна тогда, и только тогда, когда правдоподобие L представимо в виде: , где *h* и *f* некоторые борелевские функции.

Получается, что , а .

Следовательно, данная статистика является достаточной. Проверим расхождение параметра и его оценки:





2.1 Распределение Коши.

Найдем оценки параметров с помощью метода наибольшего правдоподобия.

Функция правдоподобия имеет вид:

Прологарифмируем:

Продифференцируем:

Таким образом, оценки параметров будут корнями системы уравнений:

Система имеет решение при условии, что параметр .

Решение можно получить с помощью метода Ньютона, высчитывая якобианы F и G и сами F и G на каждой итерации.